

Lycée Metouia	Date : 10 /12 / 2009	Classe : 2 <sup>ième</sup> sciences 1 et 2	
<b><i>Devoir de synthèse n°1 (Mathématiques)</i></b>			<b>Durée : 2 Heures</b>

### **Exercice N°1 :( 10 points)**

- 1) Soit  $f(x) = 2x^2 + x - 3$
- Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .
  - Déterminer le signe de  $f(x)$ .
  - Factoriser  $f(x)$ .
  - Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'inéquation  $\sqrt{f(x)} \geq 2x + 3$ .
  - Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation :  $2\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \frac{x}{x-1} - 3 = 0$
- 2) Soit  $g(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$
- Vérifier que 1 est une racine de  $g$ .
  - Factoriser  $g(x)$ .
  - Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'inéquation  $g(x) > 0$ .
- 3) Soit  $h$  la fonction définie par :  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$
- Déterminer l'ensemble de définition de  $h$ .
  - Montrer que pour tout réel  $x \in D$ ,  $h(x) = \frac{(x+2) \cdot (2x-1)}{2x+3}$
  - Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'inéquation :  $h(x) \leq 2x - 1$

### **Exercice N°2 :( 10 points)**

Soit  $ABCD$  un parallélogramme de centre  $O$  et  $I$  le barycentre des points  $(A, -1)$  et  $(B, 2)$ .

- Construire le point  $I$ .
  - Montrer que  $B$  est le barycentre des points  $(D, 1)$  et  $(O, -2)$ .
- On considère la translation  $t$  de vecteur  $\overrightarrow{AD}$ .
  - Montrer que  $t(D) = I$ .
  - Déterminer l'image de  $B$  par  $t$ .
- Soit  $\Delta$  la droite parallèle à  $(BC)$  passant par  $O$  et la droite  $\Delta'$  parallèle à  $(AC)$  passant par  $D$ .  
Les droites  $\Delta$  et  $\Delta'$  se coupent en un point  $O'$ .
  - Déterminer les images des droites  $\Delta$  et  $(AC)$  par la translation  $t$ .
  - Déduire que  $t(O) = O'$ .
  - Montrer que  $C$  est le barycentre des points  $(I, 1)$  et  $(O', -2)$ .
- On considère l'ensemble  $\zeta$  des points  $M$  du plan tels que :  $\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}\|$ .
  - Déterminer et construire l'ensemble  $\zeta$ .
  - Soit  $N$  un point variable sur  $\zeta$  et  $N'$  son image par  $t$ .  
Déterminer le lieu géométrique des points  $N'$  lorsque  $N$  varie sur  $\zeta$ .